

# Paolo Salmon a Pisa: l'esordio del Maestro

Silvio Greco

Come è noto Paolo Salmon fu il fondatore della scuola di Algebra Commutativa in Italia. L'enorme impatto che egli ebbe in questa impresa è in gran parte dovuto alla sua straordinaria attività di Maestro. Ho avuto la fortuna di essere il suo primo allievo e quindi oltre ad usufruire della sua guida nelle mie prime esperienze di ricerca ho vissuto in prima persona quello che mi piace chiamare *l'esordio del Maestro*. Le sue doti non comuni e il suo carisma emersero fin dall'inizio, come confermato da alcuni episodi, indelebili nella mia memoria, risalenti agli anni 1963-65 quando ci trovammo a Pisa, entrambi all'inizio dei nostri diversi ma interconnessi percorsi.

## 1. L'inizio (Pisa 1963-64)

Verso fine 1963 Paolo Salmon tornò dalla Francia dopo un biennio di studio. Io mi ero appena laureato ed svevo chiesto “lavoro” a Jacopo Barsotti, trovandomi quasi subito in seria difficoltà. Per fortuna incontrai presto Salmon ed ebbi così l'opportunità di raccontargli le mie vicissitudini. Dopo aver espresso in maniera piuttosto colorita la sua disapprovazione sull'impostazione Barsotti e più in generale “pisana” mi disse: “Se vuoi studiamo qualcosa insieme”. Che inizio!

Il primo incontro tecnico si svolse in un clima estremamente piacevole. Aveva una innata capacità di sintonizzarsi con l'interlocutore rendendo la comunicazione fluida ed efficace. Mi descrisse alcune delle ricerche in Algebra Commutativa che stava facendo e qualche problematica aperta. Si trattava di questioni di fattorizzazione unica e di anelli commutativi con topologia, tutto facilmente comprensibile con strumenti del primo biennio di Matematica.

Non ebbi più dubbi: mi licenziai da Barsotti e iniziai il mio nuovo percorso con lui. Mi mise subito in mano il suo ultimo lavoro [7], e mi consigliò i primi testi di riferimento [2] e [9]. Mi fornì assistenza continua con qualche seminario personalizzato e con piacevoli discussioni, facendomi sentire seguito e oserei dire importante. Quasi subito mi propose un problema specifico: provare a trovare qualche osservazione sul lavoro di Zariski [8] in cui si introducono certi anelli, noti in letteratura come “Anelli di Zariski”.

Mi immersi con entusiasmo e divertimento nel lavoro. Dopo qualche mese avevo abbozzato un primo passo generalizzando un risultato di Zariski!. Un piccolo passo che aumentò non poco il mio entusiasmo e la mia autostima.

In questo inizio del mio addestramento emergono due fondamentali principi del Maestro per avviare un giovane alla ricerca:

- *Procedere per piccoli passi partendo da cose note o facilmente comprensibili.*

- *Cimentarsi presto con un problema abordabile: questo stimola l'ampliamento delle conoscenze, collegandole ad una esigenza concreta.*

Con questi principi è vitale che il Maestro sappia fornire agli allievi problemi adeguati, comprensibili ma non banali. In questo Salmon era di una abilità straordinaria.

Fondamentale anche che il Maestro sappia porsi al livello dell'allievo, come si è visto nel mio caso.

Questa impostazione è radicalmente diversa da quella “pisana” da lui contestata, fondata sull'unico principio “*prima impari abbastanza dai libri e poi vediamo*”.

## 2. L'incontro con Zariski (Forte dei Marmi 1964)

Oscar Zariski, uno dei fondatori della Geometria Algebrica moderna, aveva studiato a Roma ed era rimasto molto legato all'Italia. E proprio in quel periodo era in vacanza a Forte dei Marmi, pochi chilometri da Pisa.

Salmon prese immediatamente contatto con Zariski e mi accompagnò da lui. Fummo accolti cordialmente, e io raccontai "il mio risultato". Zariski disse subito: "Questo è tutto nel mio lavoro". Si innescò una vivace discussione, nella quale con l'incoscienza del principiante, difesi strenuamente il mio operato. Alla fine Zariski ammise bonariamente che non c'era tutto nel suo lavoro ma che il mio contributo, per quanto piccolo, era pur sempre positivo. Fu molto amichevole e incoraggiante e mi congedò con aria da nonno.

Salmon assistette alla discussione senza dire una parola. Alla fine era palesemente gongolante (penso più di me) e per vario tempo ricordò con soddisfazione "l'epica discussione".

Qui emergono altri due importanti principi del Maestro:

- *mettere l'allievo in contatto con il mondo esterno e con chi ne sa di più,*
- *essere partecipe ma non troppo protettivo: l'allievo deve imparare presto a muoversi da solo.*

Modestia e lungimiranza, doti queste da grande caposcuola, che fecero la fortuna di tanti allievi, e dell'Algebra Commutativa in Italia.

## 3. L'esempio (Pisa 1964)

Non so bene quando, ma molto presto, il Prof. Paolo Salmon diventò semplicemente Paolo, e la collaborazione cominciò ad intrecciarsi con una profonda amicizia. Tuttavia l'episodio che segue non fu un atto di amicizia ma un'ulteriore manifestazione dei principi del Maestro

Uno dei temi proposti da Paolo all'inizio riguardava lo studio del gruppo di Picard di un anello commutativo. Era noto che questo gruppo è banale per certe classi di anelli (ad esempio anelli a fattorizzazione unica o anelli locali) ma all'epoca non si sapeva molto di più sulla banalità di questo gruppo, né sul suo comportamento rispetto ad estensioni ben note (polinomi, serie formali...).

Poco dopo l'incontro con Zariski, Paolo mi diede alcuni fogli con calcoli dettagliati: era un esempio esplicito di un nuovo anello con gruppo di Picard banale, non rientrante in nessuna delle classi note. L'anello in questione è  $A = K[X,Y]/(XY)$  dove  $K$  è un campo e  $X, Y$  sono due indeterminate. Va ricordato che Paolo era particolarmente abile nel manipolare i polinomi, spesso ispirandosi a situazioni geometriche (l'anello  $A$  proviene dalla conica degenera  $XY = 0$ ). L'esempio in questione era veramente acuto: infatti, come mi accorsi abbastanza presto, conteneva un'idea importante, generalizzabile a nuove classi di anelli. Così iniziò una nuova serie di piccoli ma interessanti risultati, che in seguito si collegarono alla teoria della seminormalità (vedere l'intervento di Carlo Traverso).

Ed ecco emergere un nuovo principio:

- *gli esempi sono strumenti importanti nella ricerca: con essi si inquadrano meglio i problemi, e le possibili soluzioni*

Purtroppo non tutti sono abili come Paolo nel trovare esempi...

## 4. I primi lavori (Pisa 1965)

Era trascorso più di un anno e Paolo decise che avevo abbastanza materiale da pubblicare. Cominciò così una nuova fase del mio addestramento: la stesura di un lavoro. Fu molto preciso ed esigente nell'esposizione e mi fece inserire molti esempi. A volte mi parve perfino eccessivo, e addirittura esasperante. Ma alla fine uscirono i due lavoretti [3] e [4] che riletta ora fanno tenerezza,

ma dai quali traspare il limpido stile di esposizione del Maestro, specialmente nelle introduzioni, interamente scritte da lui.

Un altro fatto fondamentale: non pensò minimamente di firmare questi lavori, neanche il secondo, che era basato sul suo magnifico esempio. Il suo principio (mai enunciato esplicitamente ma sempre applicato) era:

*- lo spunto dato dal maestro è cosa dovuta, così come l'aiuto a scrivere bene. Se l'allievo ci aggiunge abbastanza il lavoro è tutto suo.*

Generosità certamente, ma anche massima attenzione a stimolare l'autostima dell'allievo.

## 5. L'addestramento del piccolo "vicemaestro" (Pisa 1965)

All'inizio del 1965 il mio caro amico Mimmo (per l'anagrafe Domenico Arezzo) chiese a Paolo la tesi di laurea. Paolo ne parlò con me e convenimmo che gli argomenti che stavo studiando si prestavano ad ulteriori sviluppi. Isolato e configurato un percorso venni incaricato di seguire Mimmo nei suoi primi passi. Fu l'inizio della mia formazione a maestro.

L'argomento della tesi si fondava ancora sull'idea dell'esempio che già aveva fatto la mia fortuna. E la fortuna continuò. La tesi andò in porto felicemente e dopo la laurea Mimmo ed io continuammo a lavorare insieme, producendo il lavoro [1] (naturalmente senza la firma di Paolo, fedele ai suoi principi). Fu un divertimento incredibile e un importantissimo passo avanti nella mia formazione, voluto da Paolo, e in cui Mimmo fece volentieri da cavia.

Intanto il gruppo di Algebra Commutativa prendeva forma attorno al Maestro Salmon. C'erano già alcuni studiosi anziani, coi quali Paolo era prodigo di spunti e suggerimenti, ma Mimmo ed io fummo i primi giovani.

E qui emerge un altro principio del Maestro, che ormai si avviava a diventare un Caposcuola:

*- Siamo un gruppo, ognuno deve dare il suo contributo. I più esperti aiutano i meno esperti, tutti devono comunicare tra loro*

## 6. Il gran finale (Genova 1966)

Il periodo pisano si era concluso. Tutti e tre eravamo a Genova, Paolo dal Febbraio 1965 come professore di Algebra, io e Mimmo al seguito dal novembre successivo.

Il gruppo acquisì presto nuovi giovani genovesi, primi tra tutti Tito (Giuseppe Valla) e Renzo (Lorenzo Robbiano). La scuola di Algebra Commutativa era ormai in crescita vertiginosa, fondata su solidi principi: *piccoli passi, problemi presto, contatti col mondo esterno, esempi, scrivere bene, collaborazione tra tutti.*

E i risultati complessivi raggiunti nell'ambito del gruppo hanno dimostrato nel tempo che quello che Paolo stesso chiamava "il lumicino" nello studio della Geometria, aveva in realtà raggiunto una sua piena dignità, perché il contributo dato alle conoscenze in Geometria Algebrica fu (ed è) tutt'altro che trascurabile.

Il mio racconto giunge ormai al termine, ma il finale è clamoroso. Verso inizio 1966 Paolo mi disse, più o meno testualmente: "**non ho più nulla da insegnarti**, quindi vai in America ad imparare qualcosa". E passò dalle parole ai fatti: mi fece avere un a borsa di studio e mi mise in contatto con David Buchsbaum. A settembre partivo per la Brandeis University dove avrei lavorato per due anni.

Ero un principante, con solo due anni di esperienza! Ma lui mi disse:

**"non ho più nulla da insegnarti..."**

Questa frase, ora come allora, mi lascia senza parole.

## Bibliografia

*Queste bibliografia ha un valore prevalentemente affettivo. Ci sono i primi testi consigliati dal Maestro, i miei primi lavori ispirati direttamente da lui, e le uniche due pubblicazioni fatte in collaborazione con lui ([5] e [6]).*

1. Arezzo D.- Greco S.: *Sul gruppo delle classi di ideali*, Ann. Sc. Norm. Sup. Pisa 21(1967), 459-483
2. Bourbaki N.: *Algèbre Commutative*, ch I-II-III, Hermann, 1961
3. Greco S.: *Sull'integrità e la fattorialità dei completamenti  $m$ -adici*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova 36(1966), 50-65.
4. Greco S.: *Sugli ideali frazionari invertibili*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 36(1966), 315-333.
5. Greco S.- Salmon P. : *Anelli di Macaulay*. Pubbl. Ist. Mat. Univ. di Genova 1965
6. Greco S.- Salmon P. : *Topics in  $m$ -adic topologies*, Erg. der Math. **58**, Springer-Verlag, 1971
7. Salmon P. : *Sur les séries formelles restreintes*. Bull. Soc. Math. De France **92** (1964), 385-410
8. Zariski O. : *Generalized semilocal rings*, Summa Brasiliensis Mathematicae I (1946), 169-178
9. Zariski O. - Samuel P. : *Commutative Algebra* vol. I, Van Nostrand 1958